

數學 (C) 卷

數學(C)卷－機械群、動力機械群、電機與電子群、化工群、土木與建築群、工程與管理類。

1. 若 $(x+1)$ 為 $f(x) = x^3 - kx^2 + 11x + 3k$ 的因式，試求 $f(k) = ?$
 (A) -12 (B) 0 (C) 6 (D) 84

2. 行列式 $\begin{vmatrix} -10 & 20 & -10 \\ -15 & 15 & -15 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix} = ?$
 (A) 150 (B) 450 (C) 900 (D) 1350

3. 擲兩顆公正的骰子一次，若骰子有一顆為紅色，另一顆為黃色，則出現點數和等於 7 的機率為何？
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{12}$

4. 已知坐標平面上的四個點 $A(1, 2)$ 、 $B(3, 4)$ 、 $C(2, 6)$ 、 $D(-1, 5)$ ，設 $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ 、 $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ 、 $\vec{c} = \overrightarrow{DC}$ 、 $\vec{d} = \overrightarrow{CA}$ ，試求 $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}| = ?$
 (A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) $\sqrt{13}$ (D) $\sqrt{17}$

5. 設坐標平面上有兩圓 $C_1: x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ 與 $C_2: x^2 + y^2 - 4x + 8y + 4 = 0$ ，若圓 C_1 之半徑為 R_1 ，圓 C_2 之半徑為 R_2 ，試求 $\frac{R_1}{R_2} = ?$
 (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{9}{16}$ (D) $\frac{16}{9}$

6. 若 $(\sqrt{2})^{2x+1} = \frac{4\sqrt{2}}{2^x}$ ，則 $\log_2 x = ?$
 (A) 0 (B) 1 (C) $\sqrt{2}$ (D) 2

7. 設 P_m^n 及 C_m^n 分別表示從 n 個相異物任取 m 個的直線排列數與組合數，若某一高中，二年級共有六個班級，現有 4 名轉學生轉入，要安排到該年級的兩個班級且每班安排 2 名，則有多少種不同的安排方法？
 (A) $P_2^6 P_2^4$ (B) $\frac{1}{2} C_2^4 P_2^6$ (C) $C_2^4 P_2^6$ (D) $2P_2^6$

8. 一摸彩箱中裝有 1 號球 1 個、2 號球 2 個、3 號球 3 個、……、7 號球 7 個，今由此摸彩箱中任意取出 1 個球，若規定取出的是 r 號球，可得 r 元 ($r=1, 2, \dots, 7$)，則任意取出 1 個球所獲得金額的期望值為何？
 (A) 4 元 (B) 4.5 元 (C) 5 元 (D) 5.5 元

9. 已知 $i = \sqrt{-1}$ 且 a 為實數，若 $\sqrt{a-2} = -\sqrt{2-a} \times i$ ，則 a 值的範圍最適合者為何？
 (A) $a \leq 2$ (B) $0 < a < 2$ (C) $0 \leq a \leq 2$ (D) $a \geq 2$
10. 化簡 $\frac{1}{3} \log_3 \left(\frac{2}{9}\right)^6 - \frac{1}{4} \log_3 \left(\frac{10}{3}\right)^8 + 2 \log_3 \left(\frac{5}{3}\right) = ?$
 (A) $-\frac{1}{8}$ (B) -8 (C) $-\frac{1}{4}$ (D) -4
11. 求 $0.3 + 0.33 + 0.333 + \dots +$ 至第 n 項的和為何？
 (A) $\frac{n}{3} - \frac{10}{27} \left(1 - \frac{1}{10^n}\right)$ (B) $\frac{n}{3} - \frac{1}{27} \left(1 - \frac{1}{10^n}\right)$
 (C) $n - \frac{10}{9} \left(1 - \frac{1}{10^n}\right)$ (D) $n - \frac{1}{9} \left(1 - \frac{1}{10^n}\right)$
12. 由三直線 $L_1: x - y + 1 = 0$ 、 $L_2: 2x + 3y + 12 = 0$ 、 $L_3: 2x + y - 4 = 0$ 圍成 $\triangle ABC$ ，則 $\triangle ABC$ 內部區域(不含三邊)用聯立不等式應如何表達？
 (A) $\begin{cases} x - y + 1 > 0 \\ 2x + 3y + 12 > 0 \\ 2x + y - 4 < 0 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x - y + 1 < 0 \\ 2x + 3y + 12 > 0 \\ 2x + y - 4 > 0 \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x - y + 1 > 0 \\ 2x + 3y + 12 < 0 \\ 2x + y - 4 > 0 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x - y + 1 > 0 \\ 2x + 3y + 12 < 0 \\ 2x + y - 4 < 0 \end{cases}$
13. 已知 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ，且 $\tan \theta + \cot \theta = \frac{169}{60}$ ，求 $\sin \theta - \cos \theta = ?$
 (A) $\frac{5}{12}$ (B) $-\frac{5}{12}$ (C) $\frac{7}{13}$ (D) $-\frac{7}{13}$
14. $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 分別表 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 之對邊長，且 h_a 、 h_b 、 h_c 為 \overline{BC} 、 \overline{AC} 、 \overline{AB} 三邊所對應之三個高，若 $h_a = 15$ 、 $h_b = 12$ 、 $h_c = 10$ ，求 $\cos C = ?$
 (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{9}{16}$ (D) $\frac{16}{25}$
15. 坐標平面上的一點 $P(\cos 2012^\circ - \cos 2010^\circ, \tan 1000^\circ \times \cot 1180^\circ)$ ，試問 P 點在第幾象限？
 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限
16. 已知 $x^2 + y^2 = 4$ 之圓心為 O ，在圓上任取相異兩點 A 、 B ，試求 \overrightarrow{OA} 與 \overrightarrow{OB} 兩向量內積之最小值為何？
 (A) 0 (B) -16 (C) -2 (D) -4
17. 化簡 $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = ?$
 (A) $\sqrt{6} - \sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (C) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ (D) $\sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2}$

18. 若 a 、 b 、 c 為實數，且 $3a - 4b + 5c = 5\sqrt{2}$ ，試求 $a^2 + b^2 + c^2$ 的最小值為何？
 (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) 1 (D) $2\sqrt{2}$
19. 在坐標平面上，設 a 、 b 為實數，若 A 、 B 兩點的坐標分別為 $(a, 0)$ 、 $(b, 2)$ ，且線段 \overline{AB} 的垂直平分線為 $3x + 4y = 10$ ，求 $a + b = ?$
 (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 12
20. 香香公司生產一批生日蛋糕，共 1000 個，已知這批蛋糕的重量呈常態分佈，且重量的平均數為 1500 g，其標準差為 100 g，若依常態分佈 68-95-99.7 的規則估計，約有多少個蛋糕重量超過 1600 g？
 (A) 34 個 (B) 100 個 (C) 160 個 (D) 340 個
21. 設 k 為整數，試問能使方程式 $\frac{(x+2)^2}{k+2} + \frac{(6-y)^2}{6-k} = 1$ 圖形為橢圓的 k 值有幾個？
 (A) 5 個 (B) 6 個 (C) 7 個 (D) 8 個
22. 求雙曲線 $(4x-1)^2 = 9y^2 + 144$ 的漸近線方程式為何？
 (A) $16x + 9y - 13 = 0$ 、 $16x - 9y - 13 = 0$
 (B) $4x + 3y - 13 = 0$ 、 $4x - 3y - 13 = 0$
 (C) $16x + 9y - 1 = 0$ 、 $16x - 9y - 1 = 0$
 (D) $4x + 3y - 1 = 0$ 、 $4x - 3y - 1 = 0$
23. 求 $\lim_{x \rightarrow 6} \left(\frac{2x-22}{x^2-7x+6} + \frac{x-4}{x-6} \right) = ?$
 (A) $\frac{9}{5}$ (B) -8 (C) 3 (D) $\frac{11}{4}$
24. 求曲線 $y = \sqrt{x}$ 與 x 軸、 $x = 1$ 、 $x = 4$ 等直線所圍成的區域面積之值為何？
 (A) $\frac{9}{2}$ (B) $\frac{14}{3}$ (C) $\frac{19}{4}$ (D) $\frac{23}{5}$
25. 有關函數的導函數，下列何者正確？
 (A) $f(x) = (2x+3)(4x+5)$ ，則 $f'(x) = 8$
 (B) $f(x) = x + \sqrt{x}$ ，則 $f'(x) = 1 + \frac{x}{2}$
 (C) $f(x) = \frac{2x+1}{x}$ ，則 $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$
 (D) $f(x) = (3x+4)^2$ ，則 $f'(x) = 2(3x+4)$